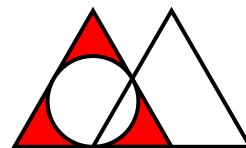


GABARITO NÍVEL I



1. (a) Primeiro observemos que todos os múltiplos de 17 com dois algarismos são $\{17, 34, 51, 68, 85\}$ e todos os múltiplos de 23 com dois algarismos são $\{23, 46, 69, 92\}$. Para construir um número minerinho com três algarismos precisamos concatenar dois destes nove números. Assim obtemos os seguintes números

$$\{234, 346, 468, 469, 517, 685, 692, 851, 923\}.$$

- (b) A partir da lista anterior podemos construir os números minerinhos com quatro algarismos distintos, concatenado um novo algarismo a direita de tal forma que o último par também sejam divisível por 17 ou 23:

$$\{2346, 3468, 3469, 4685, 4692, 6851, 6923, 8517, 9234\}$$

de igual forma adicionando um novo algoritmo a cada passo, eliminando os que tem algoritmos repetidos, obtemos os conjuntos

$$\{23468, 23469, 34685, 34692, 46851, 46923, 68517, 69234, 92346\}$$

$$\{234685, 346851, 468517, 923468\}$$

$$\{2346851, 3468517, 9234685\}$$

$$\{23468517, 92346851\}$$

$\{923468517\}$

Portanto o maior número minerinho é 923468517.

2. (a) Observemos que i na operação

		2	
	×		8
+		1	
		3	
O	M	<i>i</i>	M

é obtido como soma de $1 + 3$ porque antes disso não temos dezenas adicionais, portanto $i = 4$

- (b) Observemos que 3 é o algarismo das unidades de o produto entre o algarismo das unidades do primeiro número o algarismo das dezenas do segundo. Assim precisamos encontrar dois algarismo cujo produto termine em 3. Tal produto não pode ser 13, 23, 43, 53, 73, 83 pois este números são primos maiores que 10. Também não pode ser 33 e 93 pois tem um fator primo maior que 10, portanto as únicas possibilidades para o produto são $3 = 1 \times 3$ e $63 = 7 \times 9$. Em cada caso obtemos

$$\begin{array}{r} 2 1 \\ \times 3 8 \\ \hline + 1 6 8 \\ 6 3 \\ \hline 7 9 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times18 \\ \hline +14 \\ 23 \\ \hline 41 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ \times \\ \hline + \\ \\ \hline \\ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \\ \\ + \\ \hline 2 \\ \hline 2 \end{array}$$

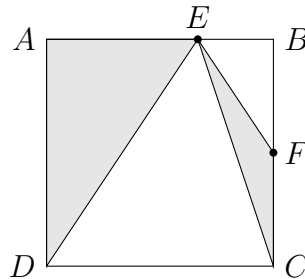
Portanto a resposta correta é a última multiplicação, e assim $M = 6$ e $O = 2$

3. (a) Sabemos que a

$$\text{área}(AED) = \frac{1}{2}AD \times AE = \frac{1}{2} \times 10 \times 4 = 20\text{cm}^2.$$

Por outra parte, como F é ponto médio, então $FC = 5$ e $BE = AB - AE = 10 - 4 = 6$, portanto

$$\text{área}(EFC) = \frac{1}{2}EB \times FC = \frac{1}{2} \times 6 \times 5 = 15\text{cm}^2.$$



(b) Observemos primeiro que a área do quadrado é 100cm^2 e a área do triângulo $\triangle AEC$ é a metade da área do quadrado, não importando a posição do ponto E . Logo a soma das áreas dos triângulos $\triangle AED$ e $\triangle AFC$ e $\triangle EFB$ é 50cm^2 . Como queremos que a soma dos dois primeiros seja 40cm^2 , então basta com que o triângulo $\triangle EFB$ tenha área de 10cm^2 . Como BF mede 5cm então EB tem que medir 4cm , e portanto AE tem que medir 6cm .

4. (a) Numeramos os quadrantes de 1 até 4 no sentido antihorário e colorimos o primeiro quadrante de cor vermelha. Depois colorimos o terceiro quadrante de qualquer um das outras duas cores (amarelo ou laranja), logo os quadrantes 2 e 4 somente podem ser coloridos da cor que sobra. Portanto unicamente temos 2 formas de colorir o disco com um quadrante vermelho.

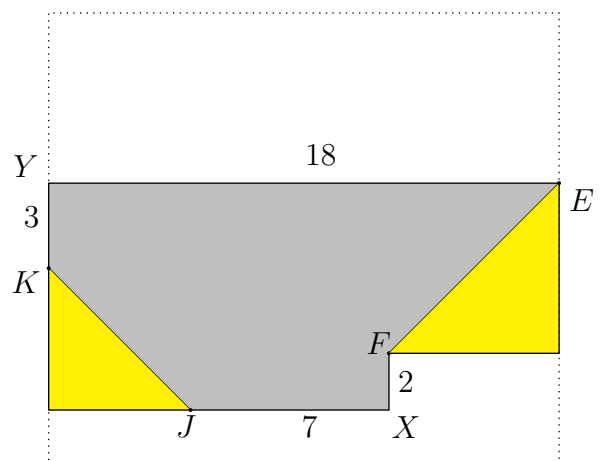
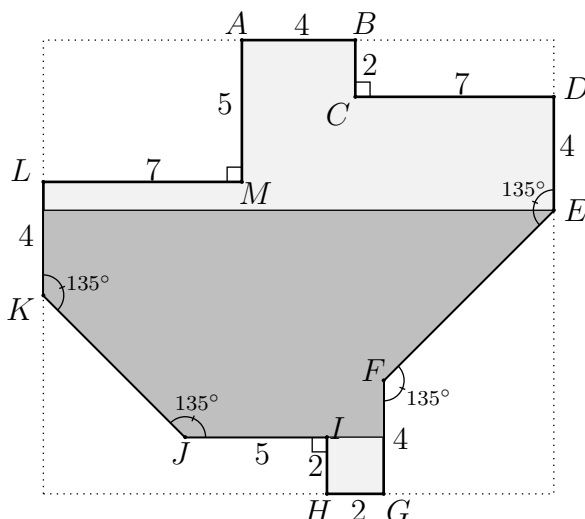
(b) Podemos classificar os discos dependendo se tem 0, 1 ou 2 quadrantes vermelhos:

- Se não tem quadrantes vermelhos, as outras duas cores tem se alternar assim unicamente conseguimos colorir um disco
- No caso de um quadrante vermelho, já foi contado no item anterior
- No caso dois quadrantes vermelhos, temos 3 possibilidades para colorir os outros dois quadrantes (laranja, laranja), (amarelo, laranja) e (amarelo, amarelo)

Assim temos que o número total de discos que Paloma consegue colorir é $1 + 2 + 3 = 6$.

5. (a) Observemos que a largura original da chapa pode ser obtida somando os comprimentos de AB , CD e LM , isto é $7 + 4 + 7 = 18$.

(b) Cortamos a peça como mostrado na figura



Observemos que os triângulos amarelos são triângulos retângulos isósceles. Da figura podemos ver que os catetos do triângulo da direita mede 1 a mais que os catetos do triângulo da esquerda. Além disso a soma dos catetos dos dois triângulos mais 7 é a largura da chapa, isto é, 18. Assim a soma dos catetos é 11, e portanto o triângulo da esquerda tem catetos de comprimento 5 o o triângulo da esquerda tem catetos de comprimento 6. Concluimos que o comprimento da chapa é

$$5 + 4 + 5 + 2 = 2 + 4 + 6 + 4 = 16.$$

- (c) A área pode ser calculada de várias forma. Uma delas é usando a decomposição usada no item anterior: A chapa foi dividida em três partes. A parte de acima dividindo em retângulos tem área $1 \times 7 + 6 \times 4 + 4 \times 7 = 59$. A parte de abaixo é um quadrado de lado 2 e área 4. Finalmente a área da metade pode ser vista como a área de dois retângulos $(3 + 5) \times (5 + 7) + 6 \times 6 = 132$ menos a área dos triângulos amarelos $\frac{25}{2} + \frac{36}{2} = 30,5$. Portanto a área da chapa é

$$59 + 4 + 132 - 30,5 = 164,5$$

(Outra forma de calcular pode ser encontrada no gabarito de Nível 2)