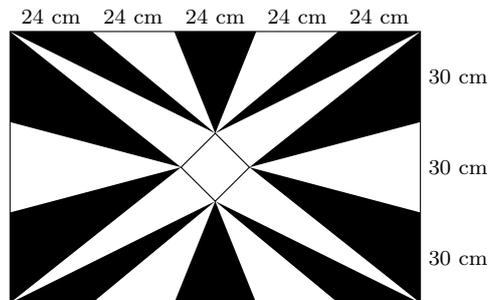


OMM 2014 NÍVEL 1

1. Jânio, presidente da agremiação de Veteranos Futebol Clube, resolveu fazer uma bandeira para apoiar sua equipe que fará sua estreia no campeonato regional. Ele comprou um pano branco retangular de dimensões 120×90 centímetros. Ele quer pintar o pano de acordo o modelo à direita, onde o quadrado interior tem diagonais de comprimento 20 cm paralelas aos lados da bandeira.



- (a) Qual é a área pintada se o centro da bandeira e o centro do quadrado coincidem?
- (b) Por erro de Jânio, quando pintou a bandeira os centros não coincidiram. A área pintada aumentou, diminuiu ou permaneceu igual? Justifique sua resposta.
2. Quando dividimos 59 por 2, 3, 4, 5 e 6 obtemos restos 1, 2, 3, 4 e 5 respectivamente.
- (a) Encontre outros dois números que quando divididos por 2, 3, 4, 5 e 6 deixam restos 1, 2, 3, 4 e 5.
- (b) Encontre um número que além da propriedade acima, cumpre que quando dividido por 7 e 9 deixa restos 6 e 8 respectivamente.
3. Getúlio possui cartões de dimensões 2×15 e 5×7 .
- (a) Mostre que ele consegue cobrir totalmente com os cartões um retângulo de dimensões 53×60 , sem sobrepor os cartões.
- (b) Explique por que Getúlio NÃO consegue cobrir totalmente com os cartões um retângulo de dimensões 38×59 , sem sobrepor os cartões.
4. Um número é chamado *palíndromo* se é maior que 9 e escrevendo seus algarismos em forma inversa é obtido o mesmo número. Por exemplo os números 353, 8448 e 4532354 são palíndromos. A igualdade $2011 = 1441 + 515 + 55$ é um exemplo de decomposição do número 2011 como a soma de palíndromos distintos.
- a) Escreva o número 2014 como soma de palíndromos distintos.
- b) Mostre que todo número menor que 1000 e divisível por 11 ou é palíndromo ou pode ser escrito como soma de palíndromos distintos.
5. Deodoro escreveu os números desde 1 até 200, um atrás do outro, formando o número

12345678910111213...197198199200

Depois disso, no primeiro passo ele apaga os algarismos que estavam nas posições ímpares

~~12345678910111213...197198199200~~ obtendo o número 24681111...918920.

Nos passos seguintes ele apaga os algarismos em posições ímpares do número que sobrou no passo anterior, e assim sucessivamente, até obter um único algarismo.

- (a) Quantos algarismos tinha o número original?
- (b) Quantas passos Deodoro tem que fazer até obter um único algarismo?
- (c) Qual é o algarismo que sobrou?

FATOS QUE PODEM AJUDAR

Um critério de divisibilidade por 11 é o seguinte: um número é divisível por 11 se a soma dos algarismos em posições ímpares menos a soma dos algarismos nas posições pares é divisível por 11, por exemplo, 36718 é divisível por 11 pois $3 - 6 + 7 - 1 + 8 = 11$ é divisível por 11.