

1. (a) Itamar possui cartões de dimensões 2×15 e 5×7 . Mostre que ele consegue cobrir totalmente com os cartões, um retângulo de dimensões 53×60 sem sobrepor os cartões, mas NÃO consegue cobrir um retângulo de dimensões 38×59 .
 (b) Agora Itamar possui pequenos blocos retangulares de madeira de dimensões $4 \times 5 \times 10$ e ele quer preencher totalmente um quarto de dimensões $2^7 \times 3^7 \times 5^7$ com os blocos de madeira, sem deixar buracos. Itamar consegue fazer tal serviço? Justifique sua resposta.
2. Um número é chamado *palíndromo* se é maior que 9 e escrevendo seus algarismos em forma inversa é obtido o mesmo número. Por exemplo os números 353, 8448 e 4532354 são palíndromos.
 A igualdade $2011 = 1441 + 515 + 55$ é um exemplo de decomposição do número 2011 como a soma de palíndromos distintos.
 - a) Escreva o número 2014 como soma de palíndromos distintos.
 - b) Mostre que todo número menor que 1000 e divisível por 11 ou é palíndromo ou pode ser escrito como soma de palíndromos distintos.
 - c) Mostre que todo número maior ou igual a 500 pode se escrito como soma de um ou mais palíndromos.
3. Juscelino escreveu no quadro todos os anagramas da palavra MINEIRO e ordenou eles por ordem alfabética: EIIMNOR EIIMNRO EIIMORN RONMIE
 - (a) Quais são os anagramas que estão na quarta e na quinta posição?
 - (b) Quantos anagramas Juscelino escreveu no quadro?
 - (c) Em qual posição está a palavra MINEIRO?
4. Seja $\triangle ABC$ um triângulo tal que $\angle BAC = 120^\circ$. Sejam D , E e F pontos sobre os lados BC , AC e AB respectivamente, de tal forma que AD , BE e CF são as bissetrizes do triângulo $\triangle ABC$
 - (a) Mostre que $\angle ADE = \angle EDC$.
 - (b) Mostre que o triângulo $\triangle DEF$ é retângulo.
5. Na cidade de Seis-Corações, existe uma avenida de comprimento total 2014 metros que possui postes igualmente espaçados. A distância entre dois postes consecutivos é um número inteiro de metros. O primeiro poste está no começo da avenida e o último está no final da avenida.
 - (a) Quais são os possíveis valores para o número de postes na avenida?

O prefeito da cidade plantou árvores na avenida de tal forma que as árvores estão igualmente espaçadas e a distância entre duas consecutivas é um número inteiro de metros. Sabemos que entre 2 postes consecutivos sempre há no mínimo 2 árvores, entre 3 postes consecutivos há no máximo 5 árvores e o número total de árvores é maior que 97 e menor que 200.

- (b) Qual é a distância entre os postes? Qual é a distância entre as árvores?

FATOS QUE PODEM AJUDAR

- $2014 = 2 \times 1007$ e 1007 não é primo.
- A *Bissetriz* do ângulo $\angle POQ$ é uma reta passando por O de tal forma que divide o ângulo em dois ângulos iguais. A bissetriz também pode ser definida como o conjunto de pontos que está à mesma distancia da semirreta OP e da semirreta OQ .
- Um número é divisível por 11 se a soma dos algarismos em posições ímpares menos a soma os algarismos nas posições pares é divisível por 11, por exemplo, 36718 é divisível por 11 pois $3 - 6 + 7 - 1 + 8 = 11$ é divisível por 11.