

1. Na cidade de Seis-Corações, existe uma avenida de comprimento total 2014 metros que possui postes igualmente espaçados. A distância entre dois postes consecutivos é um número inteiro de metros. O primeiro poste está no começo da avenida e o último está no final da avenida.

(a) Quais são os possíveis valores para o número de postes na avenida?

O prefeito da cidade plantou árvores na avenida de tal forma que as árvores estão igualmente espaçadas e a distância entre duas consecutivas é um número inteiro de metros. Sabemos que entre 2 postes consecutivos sempre há no mínimo 2 árvores, entre 3 postes consecutivos há no máximo 5 árvores e o número total de árvores é maior que 97 e menor que 200.

(b) Qual é a distância entre os postes? Qual é a distância entre as árvores?

2. Tancredo tem um terreno retangular de esquinas A , B , C e D . Existe um poço (um ponto) no interior do terreno. Sabemos que as distâncias do poço aos pontos A , B e C são 10, 35 e 45 metros, respectivamente.

(a) Qual é a distância do poço ao ponto D ?

(b) Sabendo que as distâncias do poço a dois dos lados não opostos do terreno são dois números inteiros de metros, determine as possíveis dimensões do terreno.

3. Dilvana formou uma pirâmide de acordo com o modelo à direita, onde a n -ésima linha contém os n primeiros números maiores que os que estão na linha anterior e de paridade diferente dos da linha anterior, por exemplo a quinta linha da pirâmide é 17 19 21 23 25 pois são os cinco primeiros ímpares maiores que 16.

1
2 4
5 7 9
10 12 14 16
⋮

(a) Quais são os números que estão na 7ª linha da pirâmide?

(b) Qual é o primeiro número da 100ª linha?

(c) Observe que ou 2013 ou 2014 está na pirâmide. Qual deles está na pirâmide e em que linha se encontra?

4. A soma das idades dos 134 alunos da Olimpíada de Matemática do nível III é 2014 anos.

(a) Mostre que existe pelo menos um aluno com 16 anos ou mais.

(b) Mostre que podemos selecionar três alunos de tal forma que a soma de suas idades seja maior ou igual a 48.

5. Seja $ABCD$ um quadrilátero convexo com $AB = CD$. As circunferências de diâmetros BC e AD se interceptam nos pontos P e Q . Sabe-se que $AP = 14$, $BP = 11$, $CP = 5$ e $DP = 10$.

(a) Calcule as áreas dos triângulos $\triangle ADP$ e $\triangle BCP$.

(b) Calcule a área do quadrilátero $ABCD$.

FATOS QUE PODEM AJUDAR

- Um triângulo com lados de comprimento $a \leq b < c$ é retângulo se e somente se $c^2 = a^2 + b^2$.
- A *fórmula de Brahmagupta* nos dá a área de um quadrilátero circunscritível dados o seus lados. Ela diz os seguinte: se os lados de um quadrilátero circunscritível medem a , b , c e d , então a área do quadrilátero é dado pela fórmula $\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$ onde $s = \frac{a+b+c+d}{2}$.