

1. João tem 10 brinquedos distintos e quer dar alguns para seus amigos Umberto e Doisberto.
 - (a) De quantas formas pode dar dois brinquedos para Umberto e três para Doisberto.
 - (b) De quantas formas pode distribuir os brinquedos de tal forma que ele fique sem brinquedos?
 - (c) De quantas formas pode dar alguns brinquedos de tal forma que todos fiquem com algum brinquedo?

2. Um campo de futebol de dimensões 40×80 metros, precisa ser regado por irrigadores automáticos fixos distribuídos pelo campo, e cada irrigador consegue atingir qualquer ponto que esteja a distancia menor ou igual a 5 metros dele.
 - (a) Mostrar que 40 irrigadores não conseguem molhar a totalidade do campo.
 - (b) Mostrar que com 66 irrigadores é possível molhar a totalidade do campo.

3. A fórmula de Euler para poliedros convexos diz que se F é número de faces, V o número de vértices e A o número de arestas do poliedro, então $V + F - A = 2$.
 Por exemplo, o cubo tem 6 faces, 8 vértices e 12 arestas e $6 + 8 - 12 = 2$. Já uma pirâmide de base quadrada tem 5 faces, 5 vértices e 8 arestas e $5 + 5 - 8 = 2$.
 Sabemos que um poliedro convexo tem 26 vértices e 60 arestas
 - (a) Quantas faces o poliedro tem?
 - (b) Sabemos que todas as faces são ou triângulos ou quadrados, quantas faces de cada tipo ele tem?
 - (c) Uma diagonal interior é um segmento que une dois vértices que não estão contidos na mesma face do poliedro. Considerando o poliedro anterior quantas diagonais interiores tem?

4. Em um jogo de auditório, um matemático fala para um participante que pense em um número de três algarismos não iguais a zero (abc), depois construa os números (acb), (bca), (cab), (bac) e (cba), some estes cinco números e fale o resultado para o matemático.
 Por exemplo, se o participante pensou o número 962, então ele responde para o matemático o número $926 + 629 + 692 + 269 + 296 = 2812$.
 - (a) Se o participante pensou o número 263, qual número ele responde para o matemático?
 - (b) O participante falou o número 2793. Qual foi o número que ele pensou?
 - (c) Suponha que o participante respondeu um número distinto de 2812 ou 2257. Mostre como o matemático consegue “adivinhar” o número que o participante pensou.

5. Os pontos E , F , G e H são pontos sobre os lados AB , BC , CD e DA do paralelogramo $ABCD$ de área 1.
 - (a) No caso que $\frac{AE}{EB} = \frac{BF}{FC} = \frac{1}{2}$ e $\frac{CG}{GD} = \frac{DH}{HA} = \frac{1}{3}$. Calcule a área do quadrilátero $EFGH$
 - (b) Suponha que a área de $EFGH$ é $\frac{1}{2}$. Mostre que uma das diagonais do quadrilátero $EFGH$ é paralela a um dos lados do paralelogramo.