

OMM 2018

NÍVEL 2

1. Colando lados de três quadrados 1×1 podemos formar duas figuras distintas:



- (a) Desenhe as 5 peças distintas que é possível construir colando os lados de quatro quadrados 1×1
- (b) É possível colocar todas essas 5 peças cobrindo totalmente um tabuleiro 4×5 ?
- (c) Quantas peças distintas é possível construir colando lados de cinco quadrados 1×1 ?
2. Em um polígono convexo com n lados, a soma dos ângulos internos é dada pela fórmula $(n - 2) \cdot 180^\circ$. Por exemplo, em um pentágono convexo ($n = 5$), a soma dos ângulos internos é $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$
- (a) Qual é a medida dos ângulos de um decágono ($n = 10$) $ABCDEFGHIJ$ se a diferença entre dois ângulos consecutivos, começando do vértice A é de 2° ?
- (b) Sabemos que em um certo polígono convexo, a soma de quaisquer dois ângulos consecutivos é menor ou igual a 305° . Qual é o número máximo de lados que esse polígono possui?
3. Juquinha observou que, somando dois números consecutivos da lista 4, 5, 11, 14, 2, sempre se obtém um quadrado perfeito, isto é, $4 + 5 = 3^2$, $5 + 11 = 16^4$, $11 + 14 = 5^2$ e $14 + 2 = 4^2$.
- (a) É possível colocar os números naturais de 1 até 17 em uma lista de tal forma que a soma de quaisquer dois números consecutivos na lista seja um quadrado perfeito?
- (b) É possível colocar os números naturais de 1 até 18 em uma lista de tal forma que a soma de quaisquer dois números consecutivos na lista seja um quadrado perfeito?
4. Juquinha tem uma coleção de caixas que ele gosta de numerar.
- (a) Ele tem 5 caixas em uma fila. Na última caixa ele escreveu o número 700 e quer numerar as outras de tal forma que a soma do número de uma caixa com o dobro da seguinte seja sempre 2018. Quais números deve colocar nas outras quatro caixas?
- (b) Agora Juquinha tem 11 caixas numeradas com números inteiros positivos diferentes. Ele colocou as caixas em uma fila e notou que se somasse o número de uma caixa com o dobro da caixa seguinte o resultado seria sempre $3 \cdot 2018$. Quais são os números escritos nas caixas?
5. Os números de 3 até 11 podem ser distribuídos em dois conjuntos $\{3, 4, 5, 7\}$ e $\{6, 8, 9, 10, 11\}$, de tal forma que em cada conjunto NÃO existem dois elementos tal que um divide o outro.
- (a) Distribua os números de 3 até 23 em três conjuntos tal que em nenhum desses conjuntos existam dois elementos tal que um divide o outro.
- (b) Mostre que não é possível distribuir os números de 3 até 2018 em nove conjuntos de tal forma em nenhum desses conjuntos existam dois elementos tal que um divide o outro.
- (c) Mostre que é possível distribuir esses números em dez conjuntos.