

OLIMPIÁDA MINEIRA DE
MATEMÁTICA 2007
Nível III 2ª Fase



Nome:	
Endereço:	
Escola:	Série:
Cidade:	Telefone:

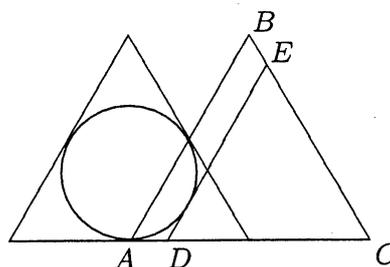
Instruções:

- ★ A prova tem 5 questões de 20 pontos cada. A duração é de 3h00.
- ★ Ponha seu nome e escola em todas as folhas de resposta. Todas as respostas devem ser justificadas.
- ★ Não use a mesma folha de resposta para questões diferentes.
- ★ É proibido o uso de calculadoras.

Questões:

1. Néelson pode cortar pedaços de barbante de tamanho 1 cm, 2 cm, 4 cm, 8 cm e assim por diante, sempre duplicando o tamanho anterior, até atingir o comprimento de 1024 cm. Ele juntou vários pedaços para cobrir uma distância de 2007 cm. Quantos pedaços de barbante, no mínimo, ele usou?

2. O símbolo da OMM é composto de dois triângulos equiláteros congruentes e um círculo inscrito num deles. O lado AB do segundo triângulo intercepta o círculo em dois dos pontos de tangência. No desenho ao lado, o segmento DE é tangente ao círculo e paralelo ao lado AB . Qual é a razão entre os segmentos BE e EC ?



3. Uma lâmpada colocada no teto de uma sala ilumina uma região circular no chão da sala de raio igual a $\sqrt{2}$ metros. Deseja-se iluminar uma sala retangular de dimensões 6 m \times 3 m. Qual é o menor número de lâmpadas que devemos usar?
4. No Campeonato Brasileiro de futebol participam 20 times, cada time joga 38 vezes, duas contra cada adversário. Em cada jogo o time vencedor ganha 3 pontos, o perdedor não ganha ponto e, em caso de empate, cada time ganha 1 ponto. Qual é a pontuação mínima que um time deve atingir para se ter certeza que, ao final do campeonato, ele seja um dos oito primeiros colocados?
5. Considere a seqüência dada por $a_1 = 2$ e, para $n \geq 1$, $a_{n+1} = a_n^2 - a_n + 1$. Prove que, se m e n são números maiores do que 1, então a_m e a_n são primos entre si, isto é, não têm divisores comuns maiores que 1.