

Resolução da prova - Nível I - Segunda Fase

Questão 1

Primeiramente, analisemos quais são os possíveis gastos totais do grupo de rapazes:

Quantidade de Rapazes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gasto	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

Agora, analisemos os possíveis gastos totais do grupo de moças:

Quantidade de moças	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Gasto	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51

Como a soma dos gastos dos dois grupos foi de 52 reais, temos três possíveis casos:

Caso	1	2	3
Rapazes	40	10	25
Moças	12	42	27
Soma	52	52	52
Número de homens	8	2	5
Número de mulheres	4	14	9

Como o número de rapazes é maior que o número de moças, temos como resposta para o problema o caso número 1. Logo há 8 rapazes e 4 moças no grupo.

Questão 2

Como todos os quadriláteros na figura são quadrados, cada quadrado pequeno tem a área relativa a um quarto da área do quadrado imediatamente maior. Logo teremos colorida a seguinte fração da área do quadrado maior:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{64} + \frac{1}{64} = \frac{43}{64}$$

Questão 3

a) Observemos que

- a primeira geração tem somente o 1,
- a segunda geração tem 3 números: de 2 até 4,
- a terceira geração tem 9 números: de 5 até 13,
- a quarta geração tem 27 números: de 14 até 40,
- a quinta geração tem $81 = 27 \times 3$ números: de 41 até 121,
- a sexta geração tem $243 = 81 \times 3$ números: de 122 até 364,
- a sétima geração tem $729 = 243 \times 3$ números: de 364 até 1093,
- a oitava geração tem $2197 = 729 \times 3$ números: de 1094 até 3280,

assim 2008 está na oitava geração.

b) Observa-se que o gerador de um determinado número é o seu múltiplo de três mais próximo dividido por três, assim o múltiplo de três mais próximo de 2008 é o 2007 e o seu gerador é o $\frac{2007}{3} = 669$. Assim, 669 é o gerador de 2008.

c) Os filhos de 2008 são $2008 \times 3 = 6024$, $2008 \times 3 + 1 = 6025$ e $2008 \times 3 - 1 = 6023$.

Questão 4

Pelo enunciado do problema sabemos que
$$\begin{array}{r} \spadesuit \triangle \\ \times 33 \\ \hline \square \star 1 \\ + \square \star 1 \\ \hline 2 \spadesuit \triangle 1 \end{array}$$
 onde $\spadesuit \triangle$ é o número n que estamos

procurando. A única forma para que o algoritmo das unidades seja 1 é que $\triangle$ seja 7, já que é o único algarismo, que multiplicado por 3, resulta no algarismo 1 nas unidades. Teremos, pois, a seguinte

expressão:
$$\begin{array}{r} \\ \spadesuit 7 \\ \times 33 \\ \hline \square \star 1 \\ + \square \star 1 \\ \hline 2 \spadesuit 7 1 \end{array}$$

Como $\star + 1$ é 7 temos que $\star$ é 6, obtendo a seguinte expressão:
$$\begin{array}{r} \\ \spadesuit 7 \\ \times 33 \\ \hline \square 6 1 \\ + \square 6 1 \\ \hline 2 \spadesuit 7 1 \end{array}$$

Agora como 3 vezes $\spadesuit$ mais 2 tem no algoritmo das unidades um 6, a única possibilidade é que $\spadesuit$ seja igual a 8. assim obtemos que

$$\begin{array}{r} \\ 87 \\ \times 33 \\ \hline 261 \\ + 261 \\ \hline 2871 \end{array}$$

Portanto o número procurado é 87.

Questão 5

a) Sim. João pode transportar sua mercadoria em 4 viagens da seguinte forma: Na primeira viagem ele carrega 3 sacos de arroz e 2 de feijão totalizando 47 kg. Na segunda e terceira viagens ele pode carregar as mesmas quantidades da primeira viagem. E na última viagem ele carrega os 2 sacos de arroz e os 2 de feijão que restaram. Observamos que nunca será ultrapassado o limite que suporta o carrinho.

b) Não. Embora, $11 \times 11 + 8 \times 7 = 177 = 3 \times 59$, não é possível colocar em um carrinho a sua carga máxima suportada, uma vez que o número 59 não pode ser escrito na forma $x \times 11 + y \times 7 = 59$. Assim, em qualquer combinação das mercadorias a serem carregadas não será possível levá-las em apenas 3 viagens.