

OLIMPÍADA MINEIRA DE MATEMÁTICA - Resolução Nível I

1. Analisando as alternativas, vemos que a resposta correta é a letra d:

- (a) Falsa: A soma de 3 números ímpares é um número ímpar.
- (b) Falsa: A soma de 1 número ímpar mais 2 números pares é um número ímpar.
- (c) Falsa: A soma de 2 números pares mais 1 número ímpar é um número ímpar.
- (d) Verdadeira: A soma de 1 número par e 2 números ímpares é um número par.

2. Duílio tem 60g de pão de queijo.

Adílson tem $\frac{1}{3}$ de Duílio, ou seja, Adílson tem $\frac{1}{3} \cdot 60 = 20\text{g}$.

Como Adílson tem $\frac{1}{4}$ da quantidade de Carla, então Carla tem 4 vezes a quantidade de Adílson. De modo que Carla tem $4 \cdot 20 = 80\text{g}$

Como Adílson tem 20g e Carla tem 80g concluímos que Carla tem 60g de pão de queijo a mais que Adílson. Portanto, resposta letra b.

3. Números ímpares de 4 algarismo distintos formados por 1, 2, 3 e 4 serão os números terminados em 1 e 3. Para os números terminados em 1 temos, três “posições” a serem preenchidas. Para a primeira posição (unidade de milhar), temos 3 possibilidades. Para cada uma delas, temos 2 possibilidades para a segunda posição (centena). E para a terceira e última (dezena), uma única possibilidade. Portanto temos $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ números ímpares distintos terminados em 1. Analogamente, teremos 6 números ímpares distintos terminados em 3. Logo, temos um total de 12 números. Resposta letra c.

4. Comece distribuindo 1 bala para o sobrinho mais novo, 2 para o segundo mais novo, 3 para o terceiro mais novo e 4 para o mais velho. Assim já foram distribuídas $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ balas. Faltam ainda 56, que devem ser distribuídas igualmente entre os sobrinhos. Como $56 \div 4 = 14$, o sobrinho mais velho recebeu $4 + 14 = 18$ balas. Resposta letra a.

5. Perímetro do 1º triângulo = $2 + 2 + 1$

Perímetro do 2º triângulo = $2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1$

Perímetro do 3º triângulo = $3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 1$

Perímetro do 4º triângulo = $4 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 4 \cdot 1$

...

Perímetro do 59º triângulo = $59 \cdot 2 + 59 \cdot 2 + 59 \cdot 1 = 295$

Portanto, letra d.

6. Janaína tomou metade do suco e o peso foi reduzido de 300g para 180g. De modo que metade do suco pesava 120g. Logo todo o suco pesava o dobro de 120g, isto é, 240g. Assim o peso do copo é $300\text{g} - 240\text{g} = 60\text{g}$. Letra a.

7. Cada grupo tem mais de três e menos de sete alunos. Portanto, cada grupo pode ter 4, 5 ou 6 alunos. Como foram formados 4 grupos temos que se tiver 4 alunos por grupo teremos um total de 16 alunos, se tiver 5 alunos por grupo teremos um total de 20 alunos e, por último, se tiver 6 alunos por grupo teremos 24 alunos no total. Logo serão três as possibilidades. Resposta letra a.

8. Analisando as alternativas temos:

- (a) Falsa: o dado azul não pode ser o dado da esquerda, pois sabemos que o dado azul está à direita do amarelo.

- (b) Falsa: o dado da direita não pode ser preto. Na verdade o dado preto não pode estar em nenhuma das pontas, pois sabemos que ele está entre o vermelho e o azul.
- (c) Verdadeira: esta alternativa será a verdadeira, pois é a única que não contradiz o que Marcos falou.
- (d) Falsa: os dados vermelho e azul não podem ser vizinhos, pois há o dado preto entre eles.

Na verdade as três informações que Marcos falou não são suficientes para definir a posição dos dados, mas sim algumas possibilidades. Veja:

Chame de P o dado preto, V o dado vermelho, Am o amarelo e Az o azul.

Temos que o dado preto está entre o os dados vermelho e azul:

Primeira opção: V P Az

Segunda opção: Az P V.

O dado azul está a direita do amarelo:

Pela primeira opção temos: Am V P Az; V Am P Az; V P Am Az.

Pela segunda opção temos: Am Az P V

O dado da direita não é vermelho:

Portanto, a segunda opção não pode ser ficando, somente, as três possibilidades da primeira opção. Analisando as alternativas temos que somente a letra c é verdadeira.

9. Posso escolher ilustrar meu trabalho com no mínimo 2 figuras, isto é, posso escolher ilustrar meu trabalho com 2, 3 ou 4 figuras. Vamos numerar as figuras que achei: f_1, f_2, f_3 e f_4 .

Escolhendo ilustrar com 2 figuras, as possibilidades são:

f_1 e f_2 ; f_1 e f_3 ; f_1 e f_4 ; f_2 e f_3 ; f_2 e f_4 e f_3 e f_4 .

Portanto usando 2 figuras, posso escolher 6 maneiras de ilustrar o trabalho.

Escolhendo ilustrar com 3 figuras:

f_1, f_2 e f_3 ; f_1, f_2 e f_4 ; f_1, f_3 e f_4 e f_2, f_3 e f_4 .

Portanto, usando 3 figuras, há 4 maneiras de ilustrar o trabalho.

Finalmente, Escolhendo ilustrar o trabalho com as 4 figuras, há apenas 1 possibilidade.

Portanto, temos um total de $6 + 4 + 1 = 11$ maneiras diferentes. Letra d.

10. Resolução:

1 ao 9 - temos 9 algarismos.

10 ao 99 - temos 90 números de 2 algarismos, logo 180 algarismos.

100 ao 999 - temos 900 números de 3 algarismos, logo 2700 algarismos.

1000 ao 1999 - temos 1000 números de 4 algarismos, logo 4000 algarismos.

2000 ao 2007 - temos 8 números de 4 algarismos, logo 32 algarismos.

No total, temos $9 + 180 + 2700 + 4000 + 32 = 6921$ algarismos. Portanto, letra a.

11. A distância entre duas pontas consecutivas é 10cm. Então a joaninha parou 1cm antes de chegar à primeira ponta após sua partida e também parou 2cm depois de passar desta ponta. Pensando da mesma maneira, a joaninha parou 2cm antes de chegar à segunda ponta depois de sua partida e 1cm depois de passá-la. Ainda pensando do mesmo jeito, a joaninha parou exatamente na terceira ponta após sua partida. Dando um número a cada ponta, se a estrelinha saiu da ponta 1, parou na ponta 4, completou a primeira volta e parou na ponta 2, depois parou na ponta 5, completou a segunda volta e parou na ponta 3 e, completando a terceira volta parou na ponta 1 novamente. Portanto letra a.

Um outro modo de pensar: como o contorno total da estrela possui 50cm, e a joaninha pára a cada 3cm, temos que partindo de uma ponta A da estrela, na primeira volta, a joaninha parou 16 vezes e ainda “sobraram” 2cm ($50 = 3 \cdot 16 + 2$). Andando mais 3cm, a joaninha vai ter que andar mais 49cm para completar a 2ª volta. Portanto, ela vai parar mais 16 vezes e

ainda vai “sobrar” 1cm ($49 = 3 \cdot 16 + 1$). Andando mais 3cm, vão faltar 48cm para a joaninha completar a 3ª volta. Como 48 é múltiplo de 3, ela vai parar sobre o ponto A ao completar a 3ª volta. Resposta letra a.

12. Cada amiga está com a bolsa de uma e a sandália da outra. A sandália da Cristina não pode estar com a própria Cristina, nem a bolsa de Bianca pode estar com a própria Bianca. Logo, se existe uma pessoa que está com esses dois itens só pode ser a Angélica. A bolsa de Cristina não pode estar com a própria Cristina e não está com a Angélica (que está com a bolsa da Bianca). Portanto, a bolsa da Cristina está com a Bianca. Concluímos que a única que está sem bolsa é a Cristina e a única bolsa que sobrou é a de Angélica. Resposta letra c.

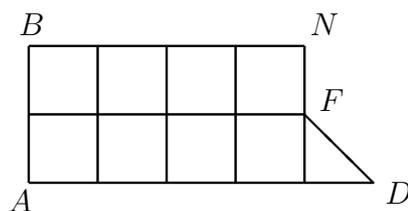
13. Sejam B o número de cartas brancas e P o número de cartas pretas.

Dizer que Jorge tem duas vezes mais cartas brancas do que pretas é dizer $P = 2B$.

Cada preta vale dois pontos e cada branca 1 ponto. No total temos 30 pontos ou seja, $30 = B \cdot 1 + P \cdot 2$. Substituindo $P = 2B$, ficamos com $30 = B \cdot 1 + (2B) \cdot 2$, isto é, $5B = 30$, de modo que $B = 6$. Assim, $P = 2B = 2 \cdot 6 = 12$.

Portanto Jorge tem 12 cartas pretas, resposta letra c.

14. Das informações do problema, podemos dividir a figura em destaque, de vértices A , B , N , F e D , em um triângulo igual ao MDE e mais 8 quadrados iguais ao $MFNC$. Em cada um desses quadrados cabem exatamente dois triângulos iguais ao MDE . Logo na figura em destaque cabem 17 triângulos iguais ao MDE . Veja uma ilustração:



15. Analisando as alternativas:

- (a) Falsa : Do gráfico da direita, vemos que foram vendidos 2 produtos azuis, 17 rosas e 3 verdes, sendo um total de 22 produtos das cores azul, rosa ou verde. Mesmo que todos os produtos vendidos com estas cores fossem sapatos, seriam no máximo 22 sapatos, nunca 23.
- (b) Verdadeira : Do gráfico da esquerda vemos que foram vendidos 67 produtos brancos. Mesmo que todos fossem chinelos, teríamos ainda 13 chinelos de cor diferente da branca, pois do gráfico da direita vemos que foram vendidos 80 chinelos. Logo foram vendidos 13 ou mais chinelos de cor diferente da branca.
- (c) Verdadeira : Do gráfico da direita vemos que foram vendidos 67 produtos brancos, 2 azuis e 3 verdes, num total de 72 produtos dessas três cores. Mesmo que todos esses produtos fossem chinelos, teríamos ainda 8 chinelos das cores rosa ou preta, já que, do gráfico da esquerda, sabemos que foram vendidos 80 chinelos. Logo foram vendidos 8 ou mais chinelos das cores rosa ou preta.
- (d) Verdadeira : Vemos que foram vendidos 23 produtos pretos (gráfico da direita) e 32 sapatos (gráfico da esquerda). Mesmo que todos os produtos pretos vendidos fossem sapatos, ainda haveria 9 sapatos de cor diferente da preta. Logo foram vendidos 9 ou mais sapatos de cor diferente da preta.