OLIMPÍADA MINEIRA DE MATEMÁTICA
2005
Nível II

Nome:	
Endereço:	
Colégio:	Série:
Cidade:	Telefone:

Instruções:

- A duração da prova é de 3h.
- A prova tem 10 questões de múltipla escolha e três problemas.
- É proibido o uso de calculadoras.
- Para as questões de múltipla escolha use o gabarito, para os problemas, use uma página por problema e escreva nesta página seu nome, sua escola, o nível e o número da questão. Para os problemas, respostas sem justificativas não serão consideradas.
- Ao preencher as informações acima, use letra legível e deixe pelo menos um telefone de contato ou recado.
- Para garantir o sigilo da prova seu professor recolherá os enunciados.
- A interpretação dos enunciados faz parte das questões, portanto seu professor não poderá responder perguntas durante a prova.

Gabarito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a b c d	a b c d	a b c d	a b c d	a b c d	a b c d	a b c d	a b c d	a b c d	a b c d

OLIMPÍADA MINEIRA DE MATEMÁTICA
Nível II

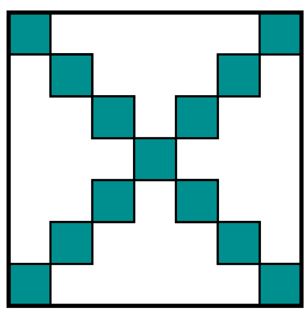
1. Qual o resto da divisão de $10^0 + 10^1 + 10^2 + ... + 10^{2005}$ por 5?

   (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

2. Adriana e Marcelo estão brincando de lançar dados. Adriana lança 3 vezes um dado e vence a brincadeira se o produto desses 3 lançamentos for igual a 12. Qual das afirmativas abaixo é **FALSA** com relação à brincadeira?

   (a) Se no 1º lançamento sai o número 5, ela não pode mais ganhar.
   (b) Se no 1º lançamento sai o número 6, ela tem que tirar exatamente um 1 para ganhar.
   (c) Se no 1º lançamento sai o número 2, ela obrigatoriamente deve tirar um 3 pra ganhar.
   (d) Se no 1º lançamento sai o número 4, os outros dois números deverão ser ímpares para ela ganhar.

3. Em um quadrado de lado 2005, os quadrados de lado 1 nas diagonais são coloridos (como na figura abaixo onde o quadrado tem lado 7). Qual a área da parte branca do quadrado de lado 2005?

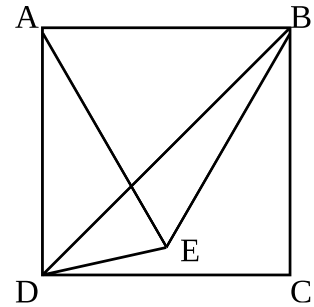


   (a) 2004^2 (b) 2004 x 2003 (c) 2005^2 (d) 2005 x 2006

4. Em uma granja, 20 000 ovos foram dispostos em 200 colunas e 100 linhas. Aline escolheu o ovo mais leve de cada linha e pintou o mais pesado, dentre estes, de verde. Depois, ela escolheu o ovo mais pesado de cada coluna e pintou o mais leve, dentre estes, de azul. Sabendo que os dois ovos, azul e verde, são diferentes o que podemos afirmar?

   (a) O azul pesa mais ou o mesmo tanto que o verde.
   (b) O azul pesa menos ou o mesmo tanto que o verde.
   (c) Os dois só podem ter o mesmo peso.
   (d) Nada se pode afirmar.

5. Observe a figura ao lado. Qual é o valor do ângulo $B\hat{D}E$, sabendo que ABCD é um quadrado e ABE é um triângulo equilátero?



(a) 35^o (b) 30^o (c) 25^o
(d) $22,5^o$

6. Quantos números naturais N de 4 algarismos satisfazem simultaneamente as duas condições abaixo?

• Se dividimos N por 100 o resto é um número entre 1 e 9;

• Se invertermos a ordem dos algarismos de N obtemos um número N_1, tal que $N_1 - N = 999$.

(a) 0 (b) 1 (c) 8 (d) 10

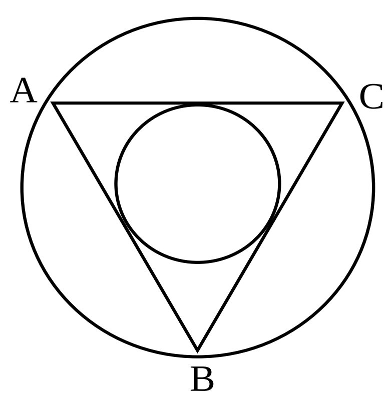
7. Em uma urna, encontram-se 7 bolas brancas, 5 bolas pretas, 6 bolas verdes, 4 bolas azuis e 3 bolas vermelhas. Qual o menor número de bolas a serem retiradas sem olhar para se ter certeza que saíram 3 bolas brancas?

(a) 11 (b) 21 (c) 12 (d) 22

8. A soma dos divisores de 2005 maiores do que 100 é:

(a) 3460 (b) 2696 (c) 1840 (d) 2406

9. Na figura abaixo, o triângulo ABC está inscrito na circunferência maior e a circunferência menor está inscrita no triângulo. Sabendo que a área da circunferência maior é 4π e a da menor é π, qual o perímetro do triângulo ABC?



(a) $3\sqrt{3}$ (b) $6\sqrt{3}$ (c) $6\sqrt{2}$ (d) $3\sqrt{2}$

10. Quantos números da forma $(n+2)\cdot(n+3)\cdot(n+4)$ com n inteiro positivo menor do que 2005 são divisíveis por 7?

(a) 858 (b) 27 (c) 286 (d) 668

Problemas

1. Mostre que todos os números inteiros de 1 a 100 que não são divisíveis por $2, 3, 5$ nem 7 são primos.

2. Para chegar ao cinema, João tem duas alternativas:

   (a) tomar a linha de ônibus A e ir até a estação de metrô e em seguida pegar o metrô;

   (b) ou tomar a linha de ônibus B que partirá 5 minutos após a partida do ônibus A.

   Sabe-se que: a velocidade do ônibus A é de 30 km/h; a velocidade do ônibus B é de 40 km/h; a velocidade do metrô é de 60 km/h; a estação do metrô situa-se a 15 km do ponto de partida de João; o metrô fica a 15 km do cinema; e o cinema fica a 30 km do ponto de partida de João. Pergunta-se: para chegar mais rapidamente ao cinema qual deve ser a melhor opção (a) ou (b)?

3. Em um tubo de ensaio há exatamente uma ameba. A cada segundo algumas das amebas dividem-se em sete novas amebas ou morre exatamente uma das amebas. Determine o período mínimo de tempo após o qual o número de amebas no tubo será igual a 2005.