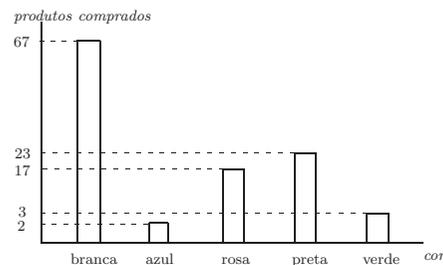
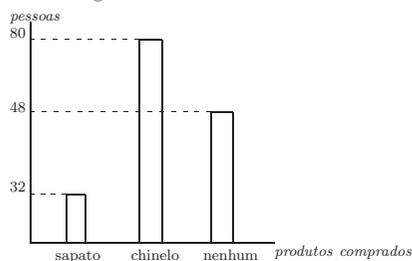


OLIMPÍADA MINEIRA DE MATEMÁTICA - Nível III

- Sejam a e b números positivos tais que $(\sqrt{a} + \frac{b^2}{2})^2 = 3b^4$. O valor de $\frac{5b^4}{a+b^2\sqrt{a}}$ é:
 (a) $\frac{5}{11}$ (b) $\frac{10}{11}$ (c) $\frac{15}{11}$ (d) $\frac{20}{11}$
- Um comerciante comprou m livros, todos pelo mesmo preço, ao custo total de n reais. Os dois primeiros livros, vendeu pela metade do preço de custo. Na venda dos restantes, obteve um lucro de 6 reais por livro. Se o lucro com a venda total dos livros foi de 47 reais, o menor valor possível para m é:
 (a) 10 livros. (b) 15 livros. (c) 12 livros. (d) 17 livros.
- Para visitar um colega, João deveria caminhar 1,5 quilômetros no sentido leste e em seguida, caminhar 750 metros no sentido norte. Atrapalhou-se e caminhou 750 m no sentido oeste e depois 1,5 km no sentido norte. Ao final de sua caminhada, a distância que João ficou da casa do colega é:
 (a) menor que 750 metros. (b) igual a 750 metros.
 (c) maior do que 1,5 km. (d) maior que 750 m e menor que 1,5 km.
- Maria mora na Rua da Luz número X. Sabe-se que X é um múltiplo de 3 formado por dois algarismos distintos. A soma dos algarismos do resultado da divisão de X por 3 é a maior possível. O número da casa de Maria é:
 (a) 27 (b) 54 (c) 87 (d) 99
- Iniciando com o número 4, forma-se uma progressão aritmética com três números positivos. Somando 2 ao segundo e 20 ao terceiro, obtém-se uma progressão geométrica cuja razão é:
 (a) 3 (b) 6 (c) 10 (d) 12
- Todas as pessoas que entraram na loja CALCE-BEM durante um dia foram entrevistadas. Sabe-se que ninguém comprou mais de um produto. Com os dados colhidos foram elaborados dois gráficos.



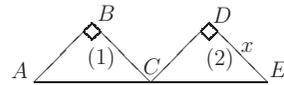
A partir dos gráficos, qual é a afirmação falsa?

- foram vendidos 23 ou mais sapatos das cores azul, rosa ou verde.
 - foram vendidos 13 ou mais chinelos de cor diferente da branca.
 - foram vendidos 8 ou mais chinelos das cores rosa ou preta.
 - foram vendidos 9 ou mais sapatos de cor diferente da preta.
- Considere a família de parábolas dada por $y = x^2 + bx + 1$, com b um número real. Os vértices dessas parábolas situam-se na seguinte curva:
 (a) $y = -x^2 + 1$ (b) $y = -x + 1$ (c) $y = x^2 + 2x + 1$ (d) $y = 2x + 3$

- Se a e b são números naturais maiores que 1, então o menor valor possível para o máximo divisor comum de $a^3 - a$ e $b^3 - b$ é:
 (a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 12

- Com dois pedaços de barbante de mesmo comprimento, Joana forma um triângulo equilátero e um quadrado. Pode-se afirmar que:
 (a) a área do triângulo formado é maior do que a do quadrado.
 (b) a área do quadrado formado é maior do que a do triângulo.
 (c) as áreas das duas figuras são iguais.
 (d) a comparação entre as áreas depende do comprimento do barbante.

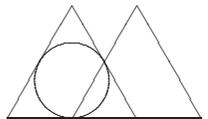
- A figura ao lado mostra dois triângulos (1) e (2), retângulos isósceles congruentes cujos catetos medem x . O vértice C é comum aos dois triângulos. O triângulo (1) sofre uma rotação em torno de C até o momento em que o vértice B encontra-se sobre a hipotenusa do triângulo (2). Denotamos esse triângulo por (3).



Em seguida, o triângulo (3) sofre uma rotação em torno de B, até que vértice A esteja alinhado com a hipotenusa do triângulo (2). Denotamos esse triângulo por (4). A área do triângulo formado pela interseção dos triângulos (4) e (2), em função de x é:

- $\frac{2}{3}x^2$ (b) $x^2(2\sqrt{2} - 1)$ (c) $x^2(\sqrt{2} - \frac{1}{2})$ (d) $x^2\frac{(3-2\sqrt{2})}{2}$
- Num dado viciado a probabilidade de se obter um número após um lançamento é diretamente proporcional ao número. Suponha que jogamos esse dado, juntamente com outro dado normal (não viciado). A soma que ocorrerá com maior probabilidade é:
 (a) 5 (b) 7 (c) 11 (d) 12

- Na figura ao lado vemos o símbolo da Olimpíada Mineira de Matemática. Ele é formado por uma circunferência inscrita num triângulo equilátero de lado igual a 1, e por outro triângulo equilátero, também de lado igual a 1, que tem um de seus lados passando por dois pontos de tangência entre a circunferência e o primeiro triângulo. A interseção entre estes dois triângulos forma um terceiro triângulo, também equilátero, de lado igual a $\frac{1}{2}$. A área exterior ao círculo e interior ao triângulo menor é:



- $\frac{3\pi - \sqrt{3}}{12}$ (b) $\frac{3\sqrt{3} - \pi}{36}$ (c) $\frac{9\sqrt{3} - 2\pi}{54}$ (d) $\frac{3\pi - \sqrt{3}}{36}$
- Seja N o número formado colocando-se os números de 1 a 2007 um ao lado do outro, isto é, $N = 12345678910111 \dots 20062007$. Quantos são os algarismos desse número?
 (a) 6.907 (b) 6.921 (c) 6.917 (d) 6.821

- Seja x um número inteiro positivo que é múltiplo de 31.416, tal que \sqrt{x} é maior do que 31.414 e menor do que 31.420. Quantos são os possíveis valores de x ?
 (a) 6 (b) 10 (c) 11 (d) 12

- Na figura ao lado, o ponto R está situado na interseção da bissetriz do ângulo \widehat{AOB} com o segmento AB . O segmento OA mede 12 cm, o segmento OB mede 6 cm e o ângulo \widehat{AOB} mede 120° . O segmento OR mede:
 (a) 4 (b) 3 (c) 9 (d) 5

