Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas – ICEx
Departamento de Matemática

Cálculo Diferencial e Integral I - Teste 7 (v1)

Soluções

Questão 1: Calcule a área da região fechada delimitada pelas curvas:

$$y = e.x^2 \qquad y = e^x \qquad x = 0$$

Solução:
A área é descrita quando x varia no intervalo: $0 \leq x \leq 1$.
Temos que: $e.x^2 < e^x$ para todo $0 \leq x < 1$.
Então: $A = \int_0^1 (e^x - e.x^2)\, dx = \left(e^x - \frac{e}{3}x^3\right)|_0^1 = \frac{2e}{3} - 1.$

Questão 2: Calcule o volume do sólido de revolução obtido com a rotação em torno do eixo x da área da região fechada delimitada pelas curvas:

$$y = x^2 \qquad y = x^3$$

Solução:
Interseções: $x = 0$ e $x = 1$. No intervalo $0 \leq x \leq 1$ temos que $x^2 > x^3$. Então:
$V = \int_0^1 \pi(x^2)^2\, dx - \int_0^1 \pi(x^3)^2\, dx = \frac{\pi x^5}{5}|_0^1 - \frac{\pi x^7}{7}|_0^1 = \frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{7}$

Questão 3: Calcule o volume do sólido de revolução obtido com a rotação em torno do eixo y da área delimitada pelas curvas:

$$y = x^2 \qquad y = -x^2 \qquad x = 3$$

Solução:
Em termos da variável y, as funções ficam: $x = \sqrt{y}$ e $x = \sqrt{-y}$. A variável y varia no intervalo $-9 \leq y \leq 0$ para $x = \sqrt{-y}$ e no intervalo $0 \leq y \leq 9$ para $x = \sqrt{y}$. Então:
$V = \int_{-9}^0 \pi(\sqrt{-y})^2\, dy + \int_0^9 \pi(\sqrt{y})^2\, dy = -\frac{\pi y^2}{2}|_{-9}^0 + \frac{\pi y^2}{2}|_0^9 = 81\pi$